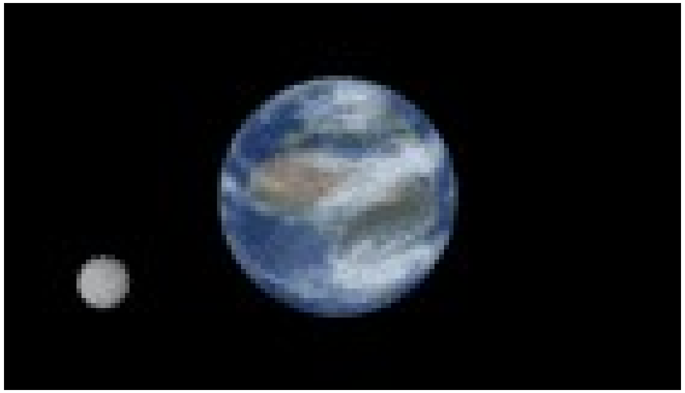
Chap.8

Mouvement des satellites et des planètes



I. les référentiels

1. Mouvement d'une planète :

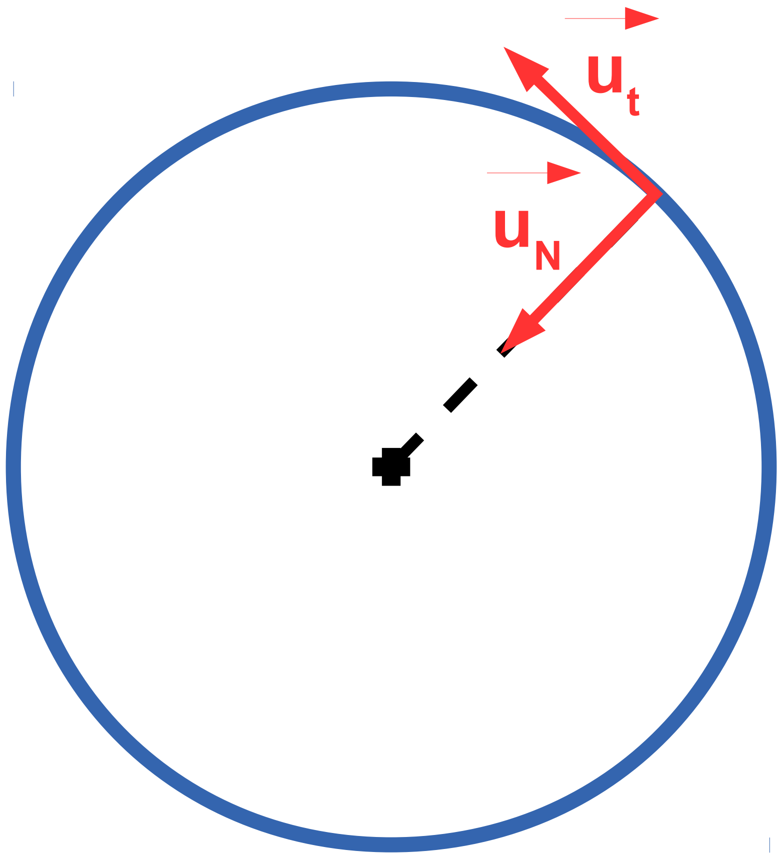
- Rotation
- Révolution

2. Choix du référentiel

- Héliocentrique
- Géocentrique
- « Neptunocentrique »

II. le mouvement circulaire uniforme

1. base de Fresnet



2. période, fréquence et vitesse angulaire

- Période : T (en seconde)

- Fréquence : f (en hertz)

$$f = \frac{1}{T} \quad \Leftrightarrow \quad T = \frac{1}{f}$$

- Vitesse angulaire : ω (en rad.s^{-1} ou en rad/s)

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Exemple : le tambour d'un lave-linge effectue 1200 tours par minute.
Calculer sa fréquence,
sa période de rotation
et sa vitesse angulaire.

3. vecteur vitesse

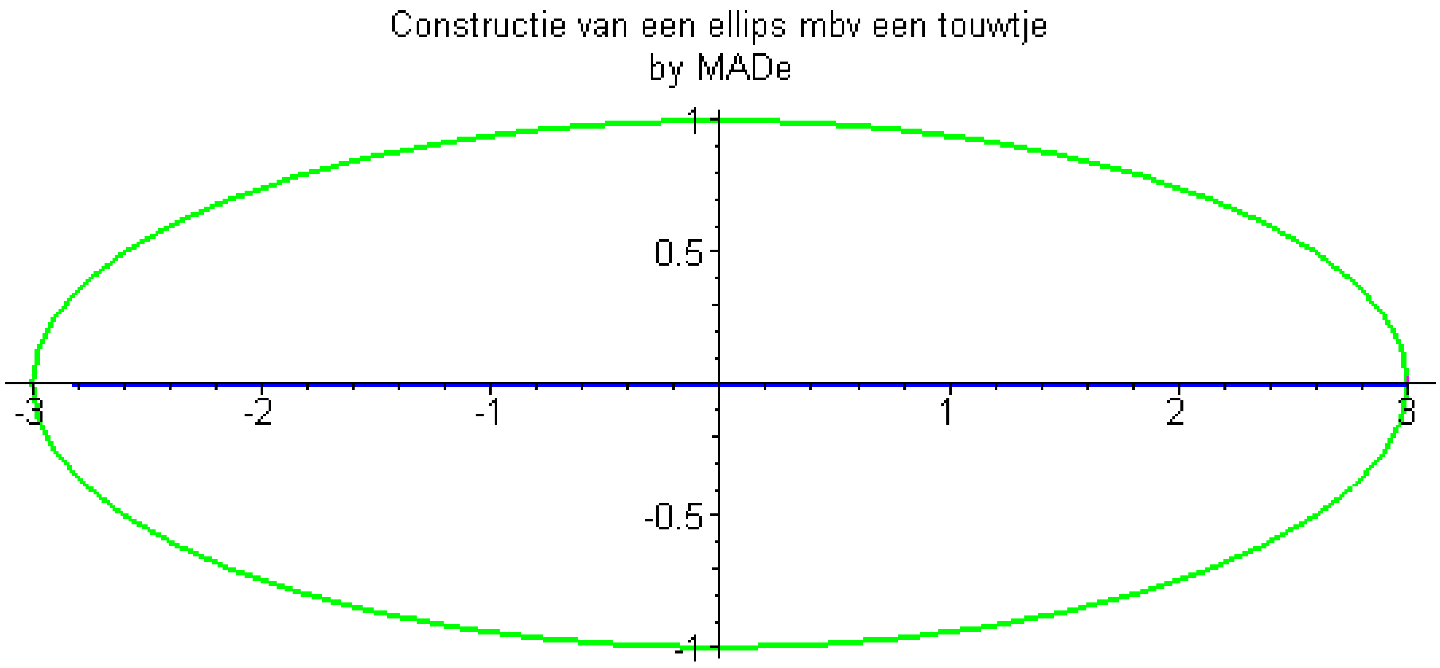
Exemple : le diamètre du tambour d'un lave-linge vaut 60 cm.
Calculer la valeur de la vitesse d'un point du tambour.

4. vecteur accélération

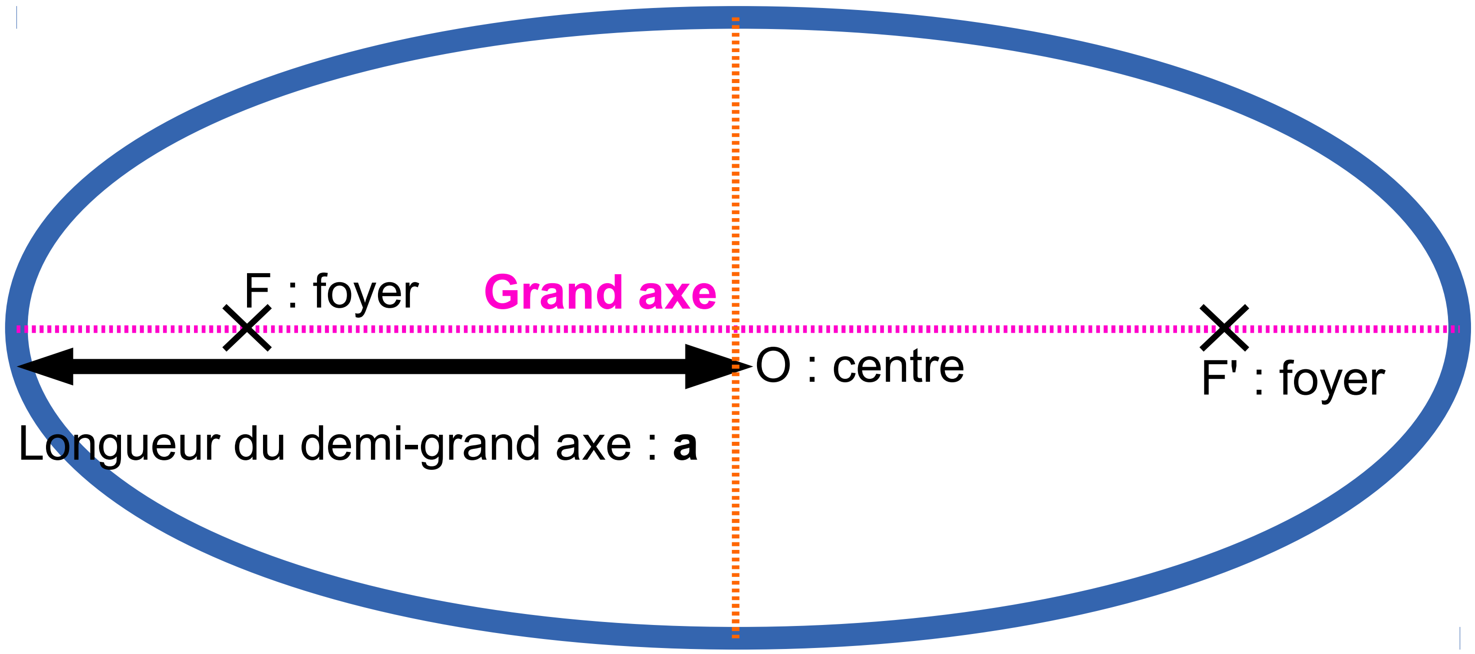
Exemple :
Calculer la valeur de l'accélération d'un point du tambour du lave-linge.

III. Les 3 lois de Kepler

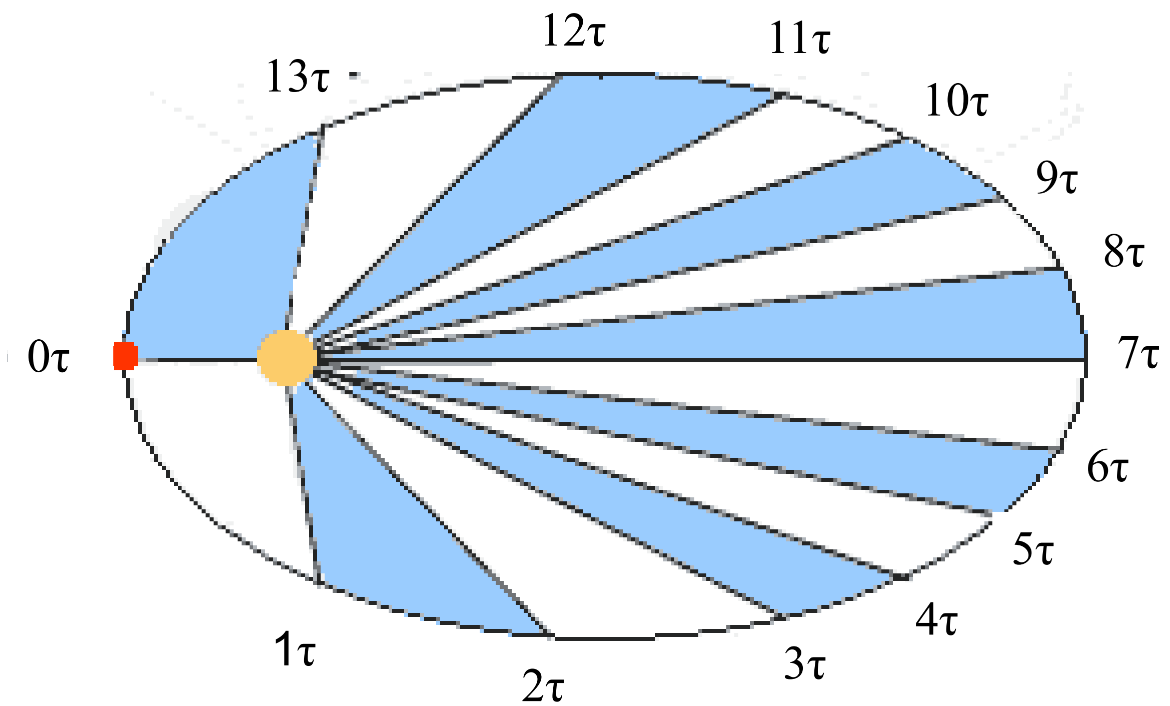
1ère loi : la loi des orbites



L'ellipse est le lieu des points dont la somme des distances à deux points fixes, dits foyers, est constante

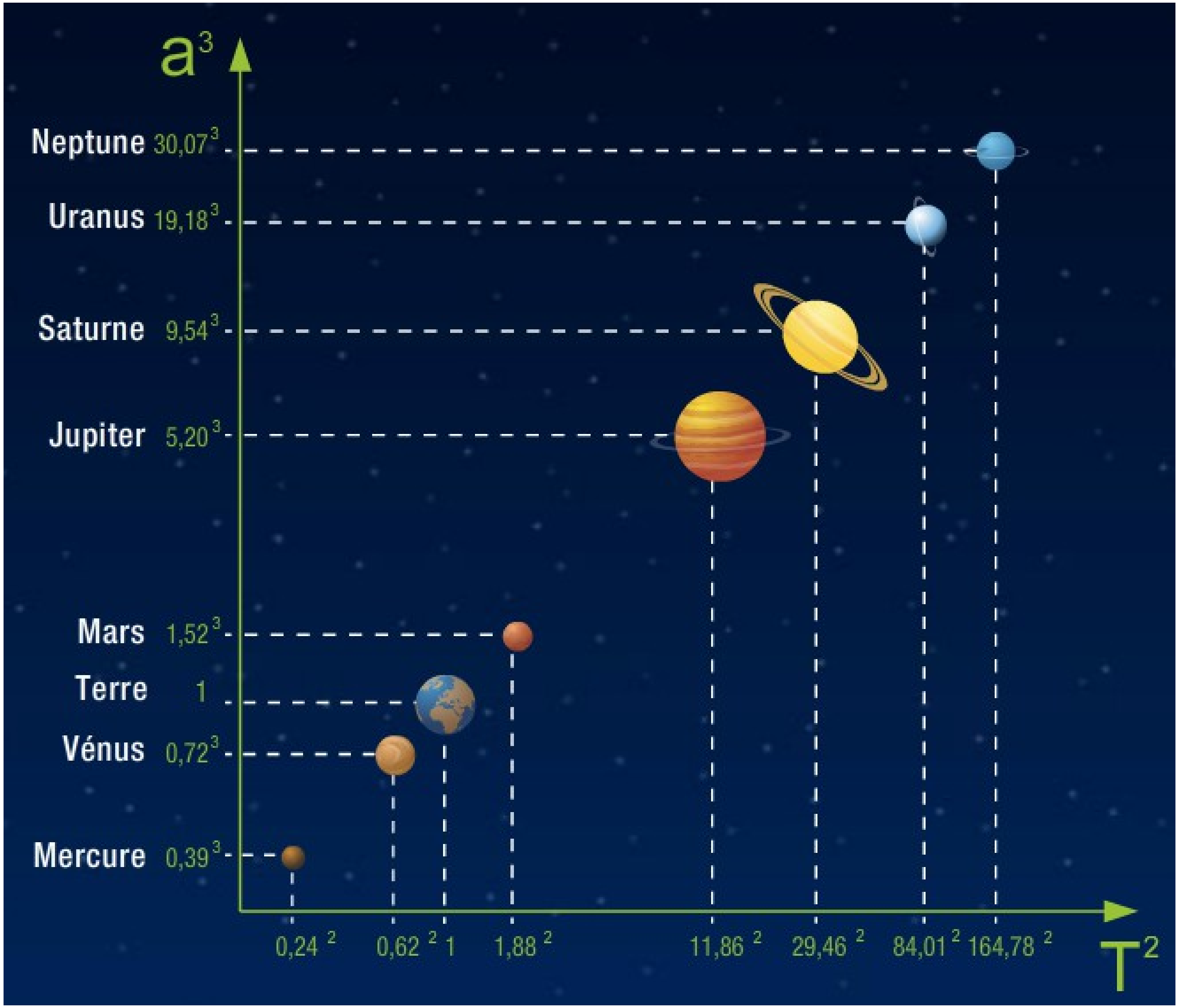

F : foyer
Grand axe
O : centre
F' : foyer
Longueur du demi-grand axe : **a**

2ème loi : la loi des aires



τ = any unit of time (hour, day, week, etc.)

3ème loi : la loi des périodes



Exemple :

Le GOCE est un satellite scientifique dont la mission est de cartographier avec précision le champ gravitationnel terrestre. C'est un satellite d'orbite basse : son altitude est h = 270 km et sa période de révolution est T = 90 minutes.

Donnée : rayon terrestre : R = 6371 km

1. a) Calculer le rayon de l'orbite du satellite GOCE.

b) En déduire le rapport T^2/a^3 pour le satellite GOCE

c) Que peut-on dire du rapport T^2/a^3 pour les satellites terrestres.

2. Les satellites de télécommunication et de diffusion de télévision sont des satellites géostationnaires.

a) Quelle est la période d'un tel satellite ?

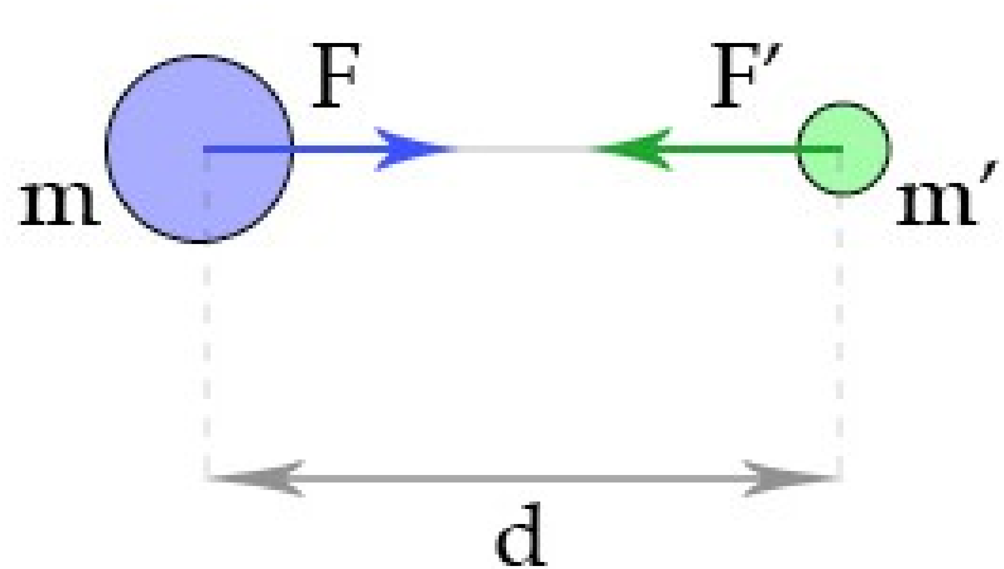
b) Calculer le rayon de l'orbite d'un satellite géostationnaire.

c) En déduire son altitude.

3. La Lune a une orbite de demi-grand axe a = 384 400 km. Calculer sa période de révolution.

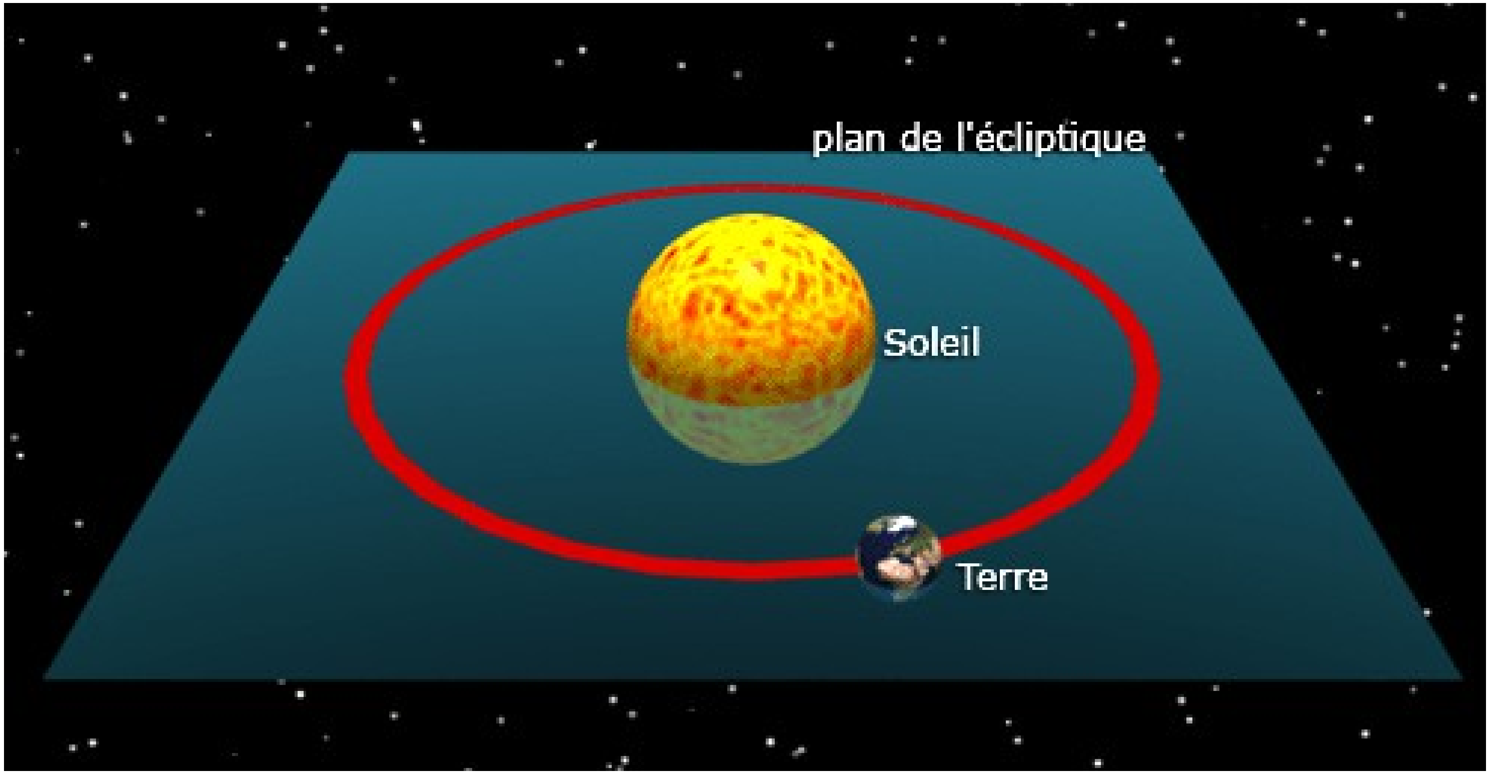
IV. Utiliser les lois de Newton pour démontrer les lois de Kepler

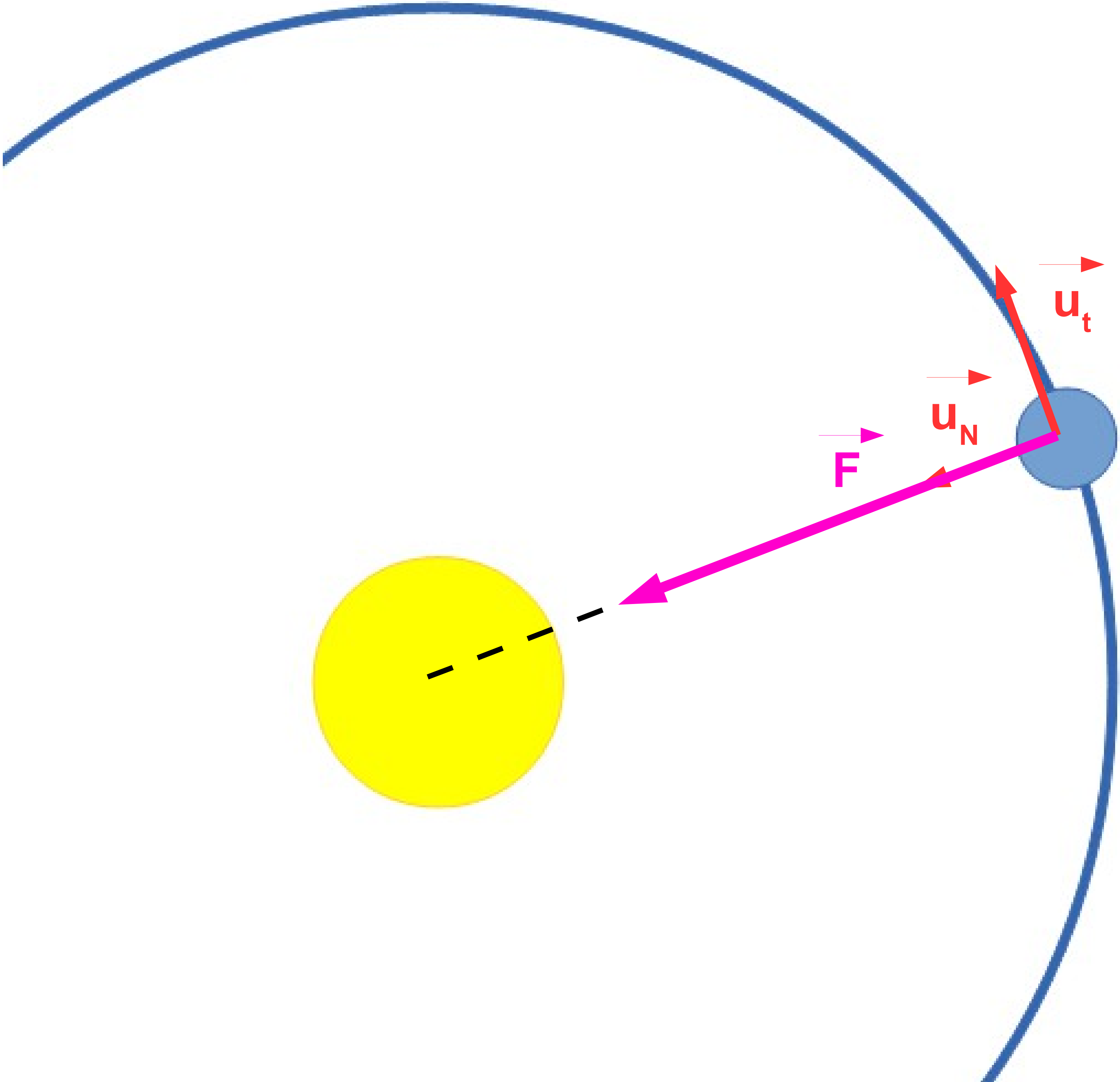
1. La gravitation universelle



2. Application de la 2ème loi de Newton

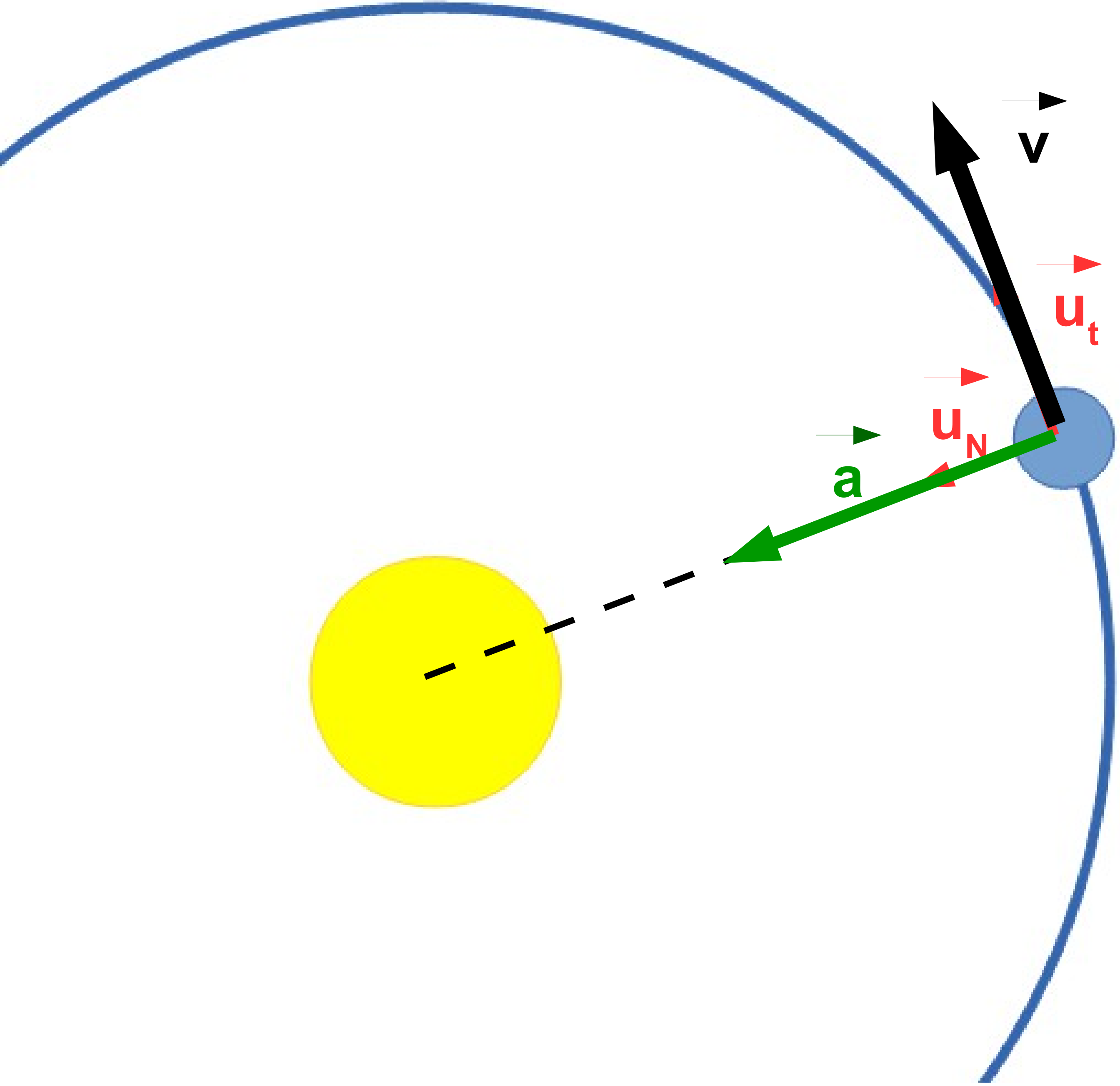
Cas d'une planète de masse m_p en révolution autour du Soleil.
On suppose que la trajectoire est circulaire



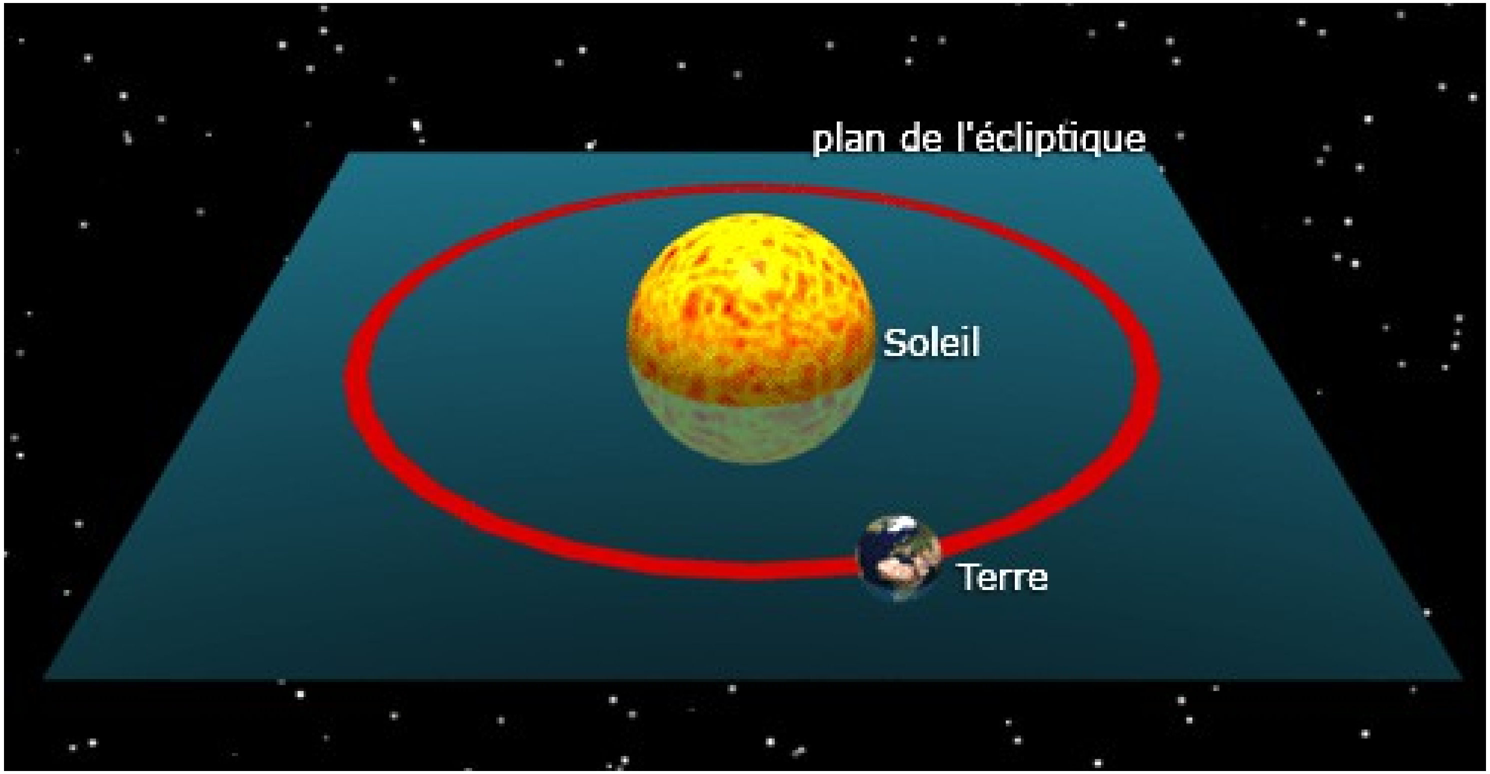


$\vec{u}_t$
$\vec{u}_N$
$\vec{F}$

3. Le vecteur vitesse



4. La période T



5. Lien avec la 3ème loi de Kepler

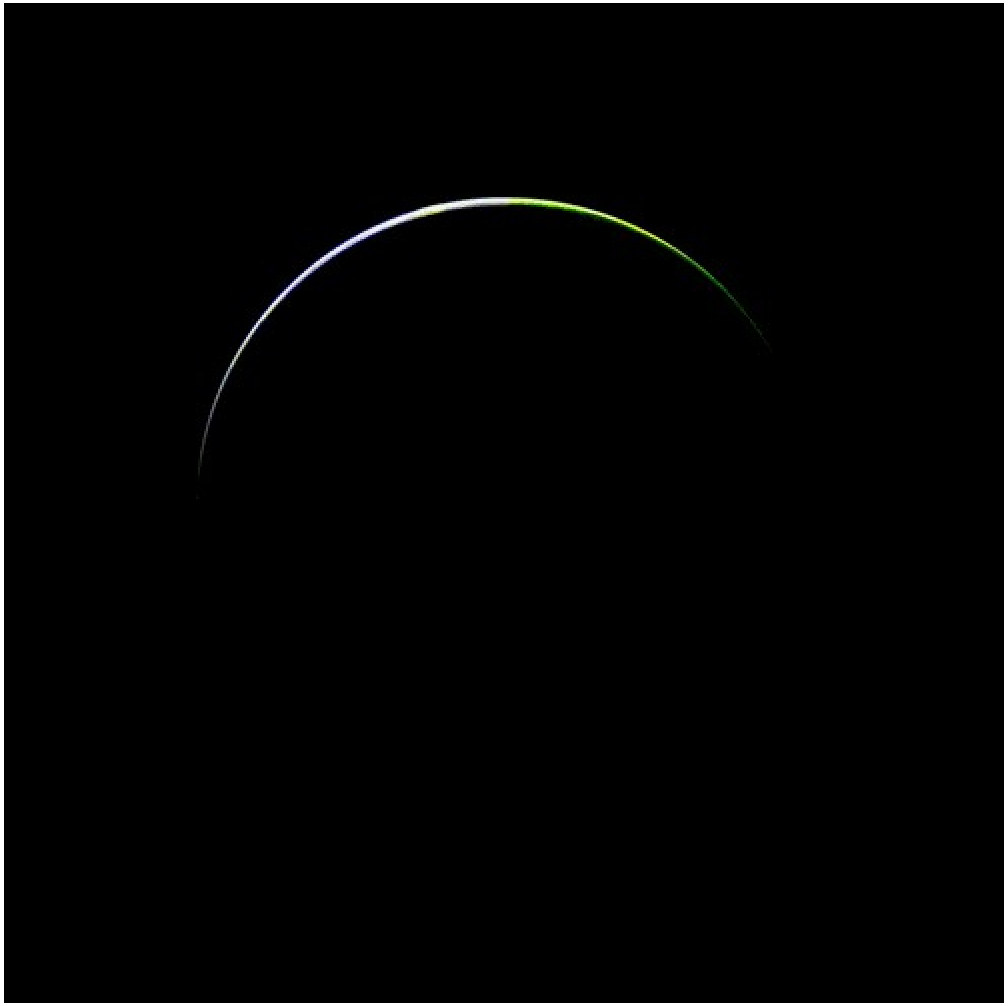
Exemple : Dans l'exemple sur les satellites terrestres (du III), on avait trouvé $T^2/a^3 = 2{,}76 \times 10^{-8}$ min^2 / km^3

Vérifier que cette valeur est cohérente avec celle obtenue avec la formule :

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_T}$$

On donne :
Masse de la Terre : $5{,}97 \times 10^{24}$ kg
Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ U.S.I

6. Satellite géostationnaire



$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_T}$$

$$z = \sqrt[3]{\frac{G.m_T.T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

On donne :

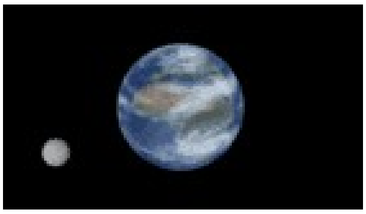
m_T : 5,97x 10^{24}kg

R_T = 6371 km

G = 6,67x10^{-11} U.S.I

Chap.8

Mouvement des satellites et des planètes



I. les référentiels

1. Mouvement d'une planète :

- Rotation
- Révolution

2. Choix du référentiel

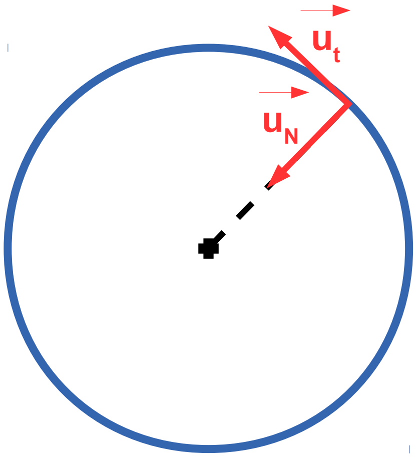
- Héliocentrique
- Géocentrique
- « Neptunocentrique »

1. Mouvement d'une planète :
   - Rotation de la Terre autour de l'axe de ses pôles
   - Révolution : mouvement autour du Soleil

2. Choix du référentiel :
- Héliocentrique pour le mouvement des planètes
- Géocentrique pour le mouvement des satellites terrestres (naturels : la Lune) ou artificiels.
- Neptunocentrique : pour le mouvement des satellites de Neptune...

II. le mouvement circulaire uniforme

1. base de Fresnet



1.base de fresnet :

On définit une base mobile constituée de deux vecteurs unitaires :

Le vecteur normal dirigé selon le rayon, vers le centre du cercle

Le vecteur tangent à la trajectoire.

2. période, fréquence et vitesse angulaire

- Période : T (en seconde)
- Fréquence : f (en hertz)

$$f=\frac{1}{T} \quad \Leftrightarrow \quad T=\frac{1}{f}$$

- Vitesse angulaire : ω (en rad.s^{-1} ou en rad/s)

$$\omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T}$$

Exemple : le tambour d'un lave-linge effectue 1200 tours par minute.
Calculer sa fréquence,
sa période de rotation
et sa vitesse angulaire.

La période se note T et s'exprime en secondes. C'est la durée pour faire un tour.

La fréquence se note f et s'exprime en Hertz. Elle est égale au nombre de tours effectués en 1 seconde.

La vitesse angulaire se note oméga et s'exprime en rad/s. On a la relation :

Exemple :
Fréquence : 1200 /60 = 20 Hz
Période : T = 1/f = 1/20 = 0,050 s
Vitesse angulaire : ω = 2*3,14*20= $1,3\times10^{2}$ rad/s

3. vecteur vitesse

Exemple : le diamètre du tambour d'un lave-linge vaut 60 cm.
Calculer la valeur de la vitesse d'un point du tambour.

4. vecteur accélération

Exemple :
Calculer la valeur de l'accélération d'un point du tambour du lave-linge.

3. Le vecteur vitesse :

Direction : tangent à la trajectoire, donc colinéaire à u_t.

Valeur : $v = 2\pi R/T = 2\pi R.f = R.\omega$

Donc $\vec{v} = R\omega . \vec{u}_t$

4. Le vecteur accélération :

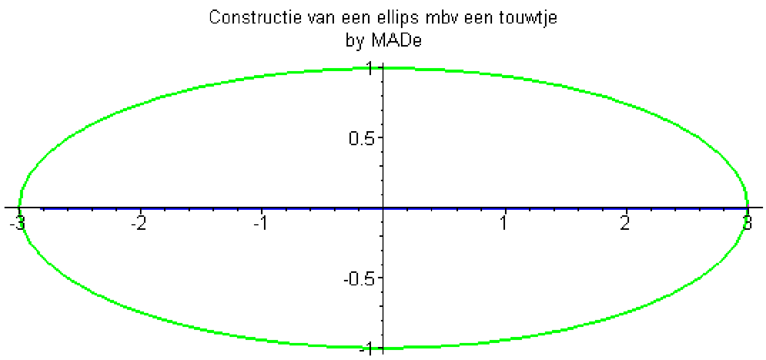
Direction et sens : vers le centre du cercle, donc colinéaire à u_N.

Valeur : $a_N = v^2/R = R.\omega^2$

Donc : $\vec{a} = R\omega^2 . \vec{u}_N$

III. Les 3 lois de Kepler

1ère loi : la loi des orbites

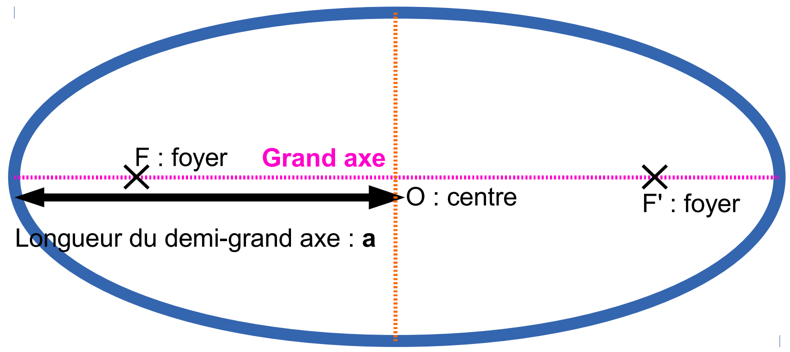


L'ellipse est le lieu des points dont la somme des distances à deux points fixes, dits foyers, est constante

1.Loi des orbites

Dans un réf. Héliocentrique, la trajectoire du centre d'une planète est une ellipse dont le Soleil est l'un des foyers.

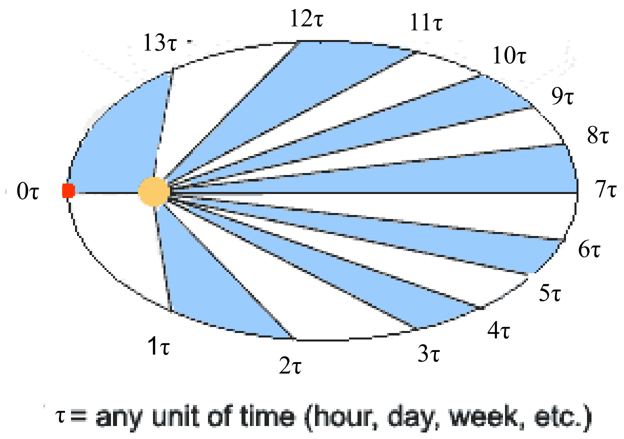
Rq : On peut transposer cette loi aux satellites et à leur planète.



Rq2 : en général, on simplifie la 1ère loi de Keppler en disant que la trajectoire est quasi-circulaire.

Dans ce cas, les foyers et le centre sont confondus et la longueur du demi grand axe a devient le rayon R du cercle.

2ème loi : la loi des aires

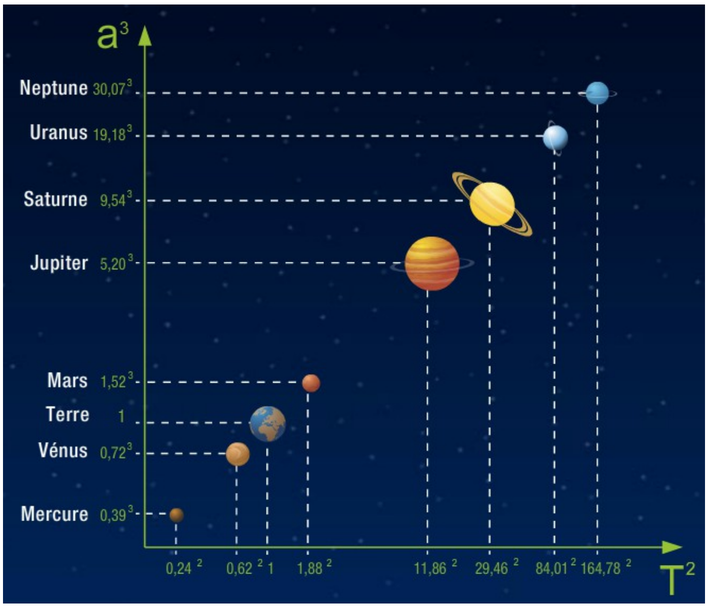


Loi des aires : le segment [SP] qui relie le centre du Soleil et centre de la planète balaie des aires égales pendant des durées égales.

Conséquence :

- Si l'orbite est elliptique, la valeur de la vitesse varie : le mouvement n'est donc pas uniforme. Le mouvement est plus rapide lorsque la planète est proche du Soleil.
- Si l'orbite est circulaire, le mouvement est uniforme, car le segment [SP] garde toujours la même longueur.

3ème loi : la loi des périodes



Pour toutes les planètes en révolution autour du Soleil, la valeur de T^2/a^3 est la même.

Conséquence : les planètes les plus éloignées du Soleil sont les plus lentes.

Rq : on peut transposer cette loi à tous les satellites en révolution autour d'une même planète.

Exemple :
Le GOCE est un satellite scientifique dont la mission est de cartographier avec précision le champ gravitationnel terrestre. C'est un satellite d'orbite basse : son altitude est h = 270 km et sa période de révolution est T = 90 minutes.

Donnée : rayon terrestre : R = 6371 km

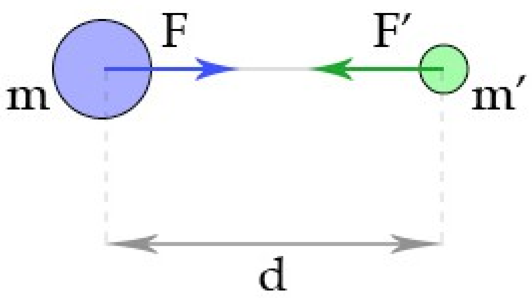
1. a) Calculer le rayon de l'orbite du satellite GOCE.
b) En déduire le rapport T^2/a^3 pour le satellite GOCE
c) Que peut-on dire du rapport T^2/a^3 pour les satellites terrestres.

2. Les satellites de télécommunication et de diffusion de télévision sont des satellites géostationnaires.
   a) Quelle est la période d'un tel satellite ?
   b) Calculer le rayon de l'orbite d'un satellite géostationnaire.
   c) En déduire son altitude.

3. La Lune a une orbite de demi-grand axe a = 384 400 km. Calculer sa période de révolution.

IV. Utiliser les lois de Newton pour démontrer les lois de Kepler

1. La gravitation universelle



Deux corps de masses m et m' en kg dont la distance entre les centres est d en mètres s'attirent :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

$$F = G.\frac{m.m'}{d^2}$$

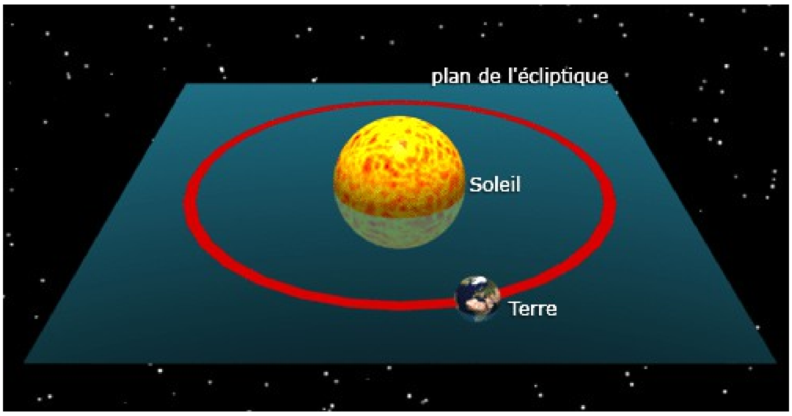
G est la constante de gravitation universelle.

Trouver l'unité de G dans le S.I.

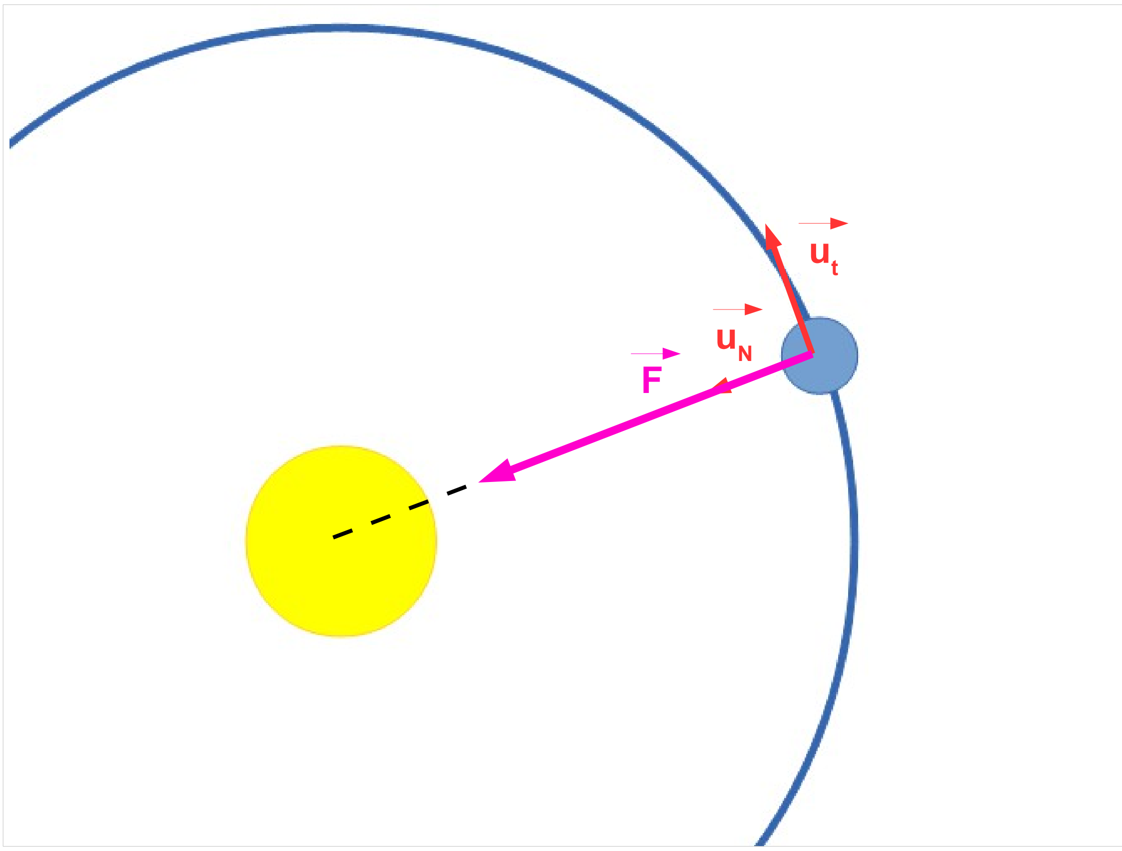
$G = 6{,}67.10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$

2. Application de la 2ème loi de Newton

Cas d'une planète de masse m_p en révolution autour du Soleil.
On suppose que la trajectoire est circulaire



Réf. Héliocentrique
Système : planète de masse m_p
Bilan des forces : une seule force :



La force est : $\vec{F} = G.\frac{m_s.m_p}{R^2}\vec{u_N}$

2ème loi de Newton appliquée à la planète :

$$\vec{F} = m_p\vec{a}$$

$$G.\frac{m_s.m_p}{R^2}\vec{u_N} = m_p\vec{a}$$

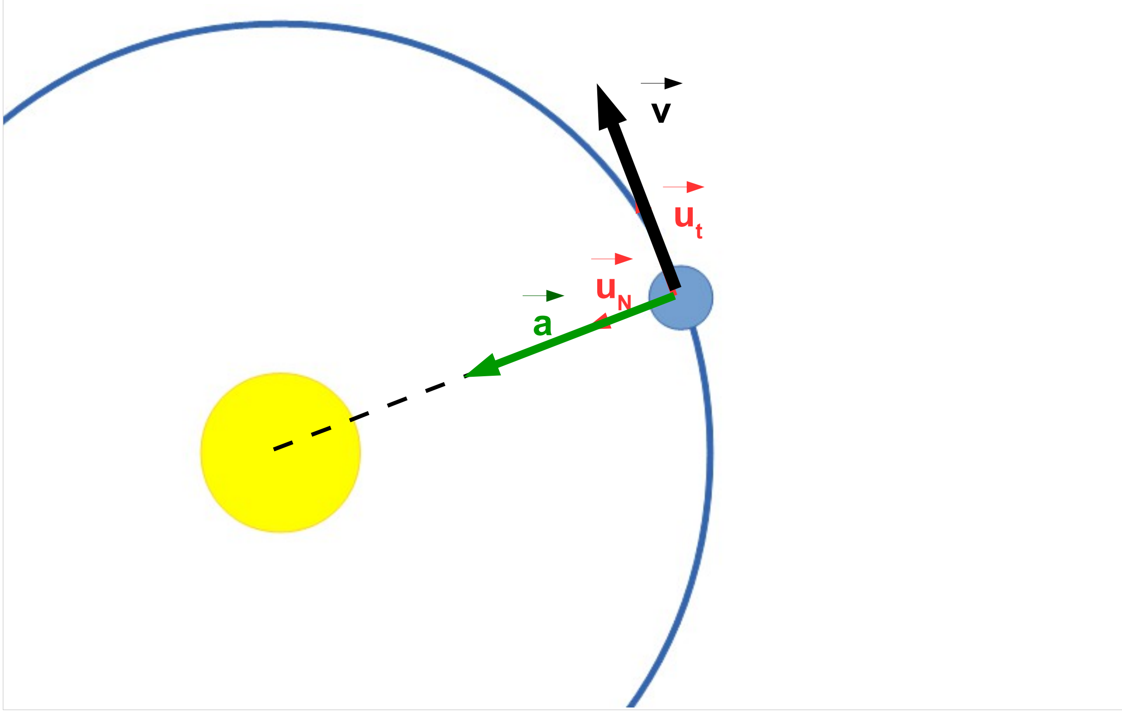
$$\vec{a} = G.\frac{m_s}{R^2}\vec{u_N}$$

Conséquences :
Le vect. accélération es colinéaire à u_N. Donc le mouvement est cirulaire uniforme.

La valeur de l'accélération est : $a = G.\frac{m_s}{R^2}$

Elle ne dépend pas de la masse de la planète

3. Le vecteur vitesse



Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire, donc colinéaire à u_t

On sait que pour un mouvement circulaire uniforme:

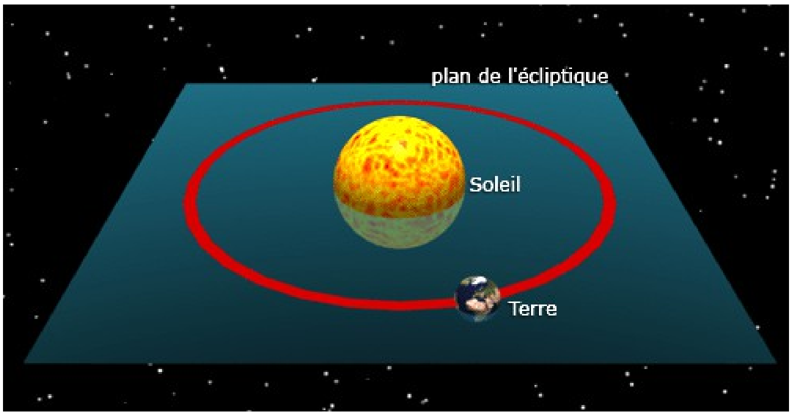
$$a = \frac{v^2}{R}$$

De plus, ici, on a montré que : $a = G.\frac{m_s}{R^2}$

Donc $\frac{v^2}{R} = G.\frac{m_s}{R^2} \quad \Leftrightarrow \quad v^2 = G.\frac{m_s}{R} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{G.\frac{m_s}{R}}$

Le vecteur vitesse est donc : $\vec{v} = \sqrt{G.\frac{m_s}{R}}.\vec{u}_t$

4. La période T



On sait que pour un mouvement circulaire : $v = \dfrac{2\pi R}{T}$

Donc : $T = \dfrac{2\pi R}{v}$

De plus, ici, on a montré que : $v = \sqrt{G.\dfrac{m_s}{R}}$

Donc :

$$T = \frac{2\pi R}{\sqrt{G.\dfrac{m_s}{R}}} = 2\pi R \times \sqrt{\frac{R}{G.m_s}}$$

Soit :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G.m_s}}$$

5. Lien avec la 3ème loi de Kepler

Exemple : Dans l'exemple sur les satellites terrestres (du III), on avait trouvé $T^2/a^3 = 2{,}76 \times 10^{-8}$ min² / km³

Vérifier que cette valeur est cohérente avec celle obtenue avec la formule :

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_T}$$

On donne :
Masse de la Terre : $5{,}97 \times 10^{24}$ kg
Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ U.S.I

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{G.m_s}}$$

Donc : $T^2 = 4\pi^2 \dfrac{R^3}{G.m_s} \Leftrightarrow \dfrac{T^2}{R^3} = \dfrac{4\pi^2}{G.m_s}$

Conséquence: T^2/a^3 est indépendant des caractéristiques de la planète. Il est donc le même pour tous les astres en orbite autour du Soleil. (3ème loi de Keppler)

Remarque : on peut transposer tout cette démonstration au mouvement des satellites autour d'une planète.

Exemple ; pour les satellites terrestre, on obtiendrait

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_T}$$

6. Satellite géostationnaire

$$\frac{T^2}{R^3}=\frac{4\pi^2}{G.m_T}$$

$$z=\sqrt[3]{\frac{G.m_T.T^2}{4\pi^2}}-R_T$$

On donne :
m_T : $5{,}97 \times 10^{24}$kg
R_T = 6371 km
G = $6{,}67 \times 10^{-11}$ U.S.I

C'est un satellite qui possède une immobilité apparente par rapport au sol terrestre.

Son mouvement s'effectue :

- Dans le plan de l'équateur
- Dans le même sens que la rotation terrestre
- Avec une période de 24h.

Il sert pour les télécommunications et la télévision.
Retrouver son altitude ($z = 36 \times 10^3$ km) à partir de la relation précédente.

On donne : R_T = 6371 km

On doit trouver : $$z=\sqrt[3]{\frac{G.m_T.T^2}{4\pi^2}}-R_T$$